Prof. Dr. Alfred Toth

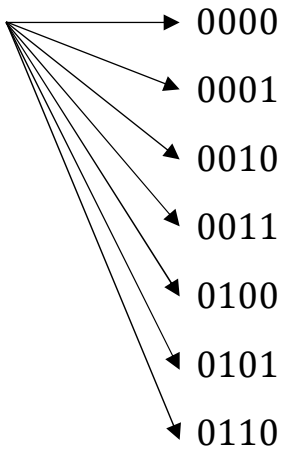
Morphogrammatische Fragmente und ihre Kenozeichen-Modelle

1. Die folgende Tabelle aus Günther (1976-80) zeigt die Trito-Zahlen der ersten 4 Kontexturen, d.h. für die Morphogramme der Länge (= Qualität) 1 bis 4, zusammen mit ihren binären und dezimalen Äquivalenten, die uns an dieser Stelle jedoch nicht interessieren.

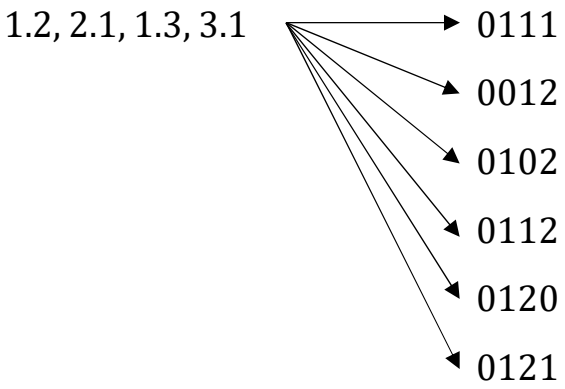
morphograms	trito-numbers	binary equivalents	decimal equivalent
a	0	... 0 | 0	... 0 | 0
a a	0 0	... 0 | 0	... 0 | 0
a b	0 1	... 0 | 1	... 0 | 1
a a a	0 0 0	... 0 | 0	... 0 | 0
a a b	0 0 1	... 0 | 1	... 0 | 1
a b a	0 1 0	... 0 1 1	... 0 | 3
a b b	0 1 1	... 0 | 1 0 0	... 0 | 4
a b c	0 1 2	... 0 | 1 0 1	... 0 | 5
a a a a	0 0 0 0	... 0 | 0	... 0 | 0
a a a b	0 0 0 1	... 0 | 1	... 0 | 1
a a b a	0 0 1 0	... 0 1 0 0	... 0 | 4
a a b b	0 0 1 1	... 0 1 0 1	... 0 | 5
a a b c	0 0 1 2	... 0 1 1 0	... 0 | 6
a b a a	0 1 0 0	... 0 1 0 0 0 0	... 0 1 | 6
a b a b	0 1 0 1	... 0 1 0 0 0 1	... 0 1 | 7
a b a c	0 1 0 2	... 0 1 0 0 1 0	... 0 1 | 8
a b b a	0 1 1 0	... 0 1 0 1 0 0	... 0 2 | 0
a b b b	0 1 1 1	... 0 1 0 1 0 1	... 0 2 | 1
a b b c	0 1 1 2	... 0 1 0 1 1 0	... 0 2 | 2
a b c a	0 1 2 0	... 0 1 1 0 0 0	... 0 2 | 4
a b c b	0 1 2 1	... 0 1 1 0 0 1	... 0 2 | 5
a b c c	0 1 2 2	... 0 1 1 0 1 0	... 0 2 | 6
a b c d	0 1 2 3	... 0 1 1 0 1 1	... 0 2 | 7

Unter Berücksichtigung der spezifischen Eigenschaften von Dualität, Gleichheit und Ort lassen sich dann die Subzeichen der semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 37 ff.), d.h. die dyadischen Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2010) wie folgt auf die Tritozahlen für K = 4 abbilden.

1.1, 2.2, 3.3



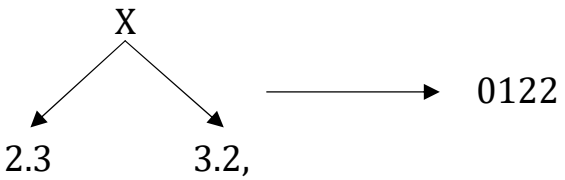
d.h. $P^T\ (1.1) = P^T\ (2.2) = P^T\ (3.3) =$



2,3, 3.2 → 0122

? → 0123

Bis auf Dualität bijektiv ist also nur die Abbildung



wobei $X = (2.3 \cup 3.2)$.

Dagegen bieten sich für die beiden dualen Paare (1.2, 2.1) und (1.3, 3.1) 6 Morphogramme an. Die größte Rechtsmehrdeutigkeit herrscht allerdings bei den 3 semiotischen Identitäten, die auf 7 Morphogramme abgebildet werden können. Am wesentlichsten ist jedoch das Ergebnis, daß auf das Morphogramm (0123) kein Subzeichen aus der semiotischen Matrix abbildbar ist. Dieses müßte wegen der 4 Werte des Morphogrammes eine Relation der Form $R = (x.y)$ mit $x \neq y$ und $x, y \in \mathbb{N}$ (d.h. nicht $\in (1, 2, 3)$) sein, d.h. R müsste Teilrelation einer mindestens tetradisch-tetratomischen Semiotik sein. Daraus folgt, daß für jede Semiotik der Form $S^{x,x}$ mit $x \in (3, ..., n)$ gilt: $S^{x,x} \subset S^{(x+n),(x+n)}$ mit $n \in \mathbb{N}$.[1]

[1] Welche Konsequenzen dies für Semiotiken der Form $x \neq y$ hat, ist noch keineswegs abzusehen. Ihr Hauptproblem, das der Unvollständigkeit dualer Paare von Relationen wegen nicht-quadratischer Matrizen, fällt jedenfalls vermöge Trito-Äquivalenz weg.

2. Jede n-wertige Semiotik ist somit ein morphogrammatisches Fragment aller (n+1)-wertigen Semiotiken. Das bedeutet allerdings nicht, daß diese Semiotiken Teilmengen im Sinne der quantitativen Mengenlehre sind.

Kronthaler charakterisierte die unendliche Peano-Folge der natürlichen Zahlen als "Rad" und skizzierte das ihr zu Grunde liegende Rekursionsschema wie folgt:

|

$n \rightarrow n$ |

"Für die qualitative Mathematik nimmt dies die Form $\boxed{0}$ an; die erste und einzige Trito-Zahl von T_1 ist also $\mathbb{N}$ adäquat: $0 \sim n, \forall\, n \in \mathbb{N}$. In diesem Sinne gilt:

$$\mathbf{N} \equiv \boxed{\begin{array}{l} | \\ n \rightarrow n \quad | \end{array}} \equiv \boxed{0} \quad \text{" (1986, S. 127).}$$

Das heißt also, daß die einzige Trito-Zahl von T_1 eben nicht nur 0, sondern in Absehung von der Zeichenkonstanz auch alle natürlichen Zahlen repräsentiert:

T_1: 0 repräsentiert 0, 1, 2, 3, 4, ..., d.h. alle $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Da die polykontexturale Semiotik durch Belegung der Kenogrammstrukturen mit $n = \{0, 1, 2, 3\} \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ eingeführt wurde, repräsentiert also T_1 auch die quantitativ-monokontexturale Semiotik, und da diese auf der zweiwertigen Logik basiert, repräsentiert ferner T_2 nicht nur die logischen Grundlagen der quantitativen Mathematik, sondern auch der quantitativen Semiotik:

T_2: 00 repräsentiert 11, 22, 33, 44, ..., d.h. alle gleichen Paare

01 repräsentiert 01, 02, 03, 04, ...

10, 12, 13, 14, ...

20, 21, 23, 24, ...

30, 31, 32, 34, ...

40, 41, 42, 43, ...

In der Tat kommt dies in der quantitativen Semiotik dadurch zum Ausdruck, daß Zeichenklassen und Realitätsthematiken sowie Zeichenrümpfe ja nicht

durch Tripel von Primzeichen, sondern durch Tripel von dyadischen Subzeichen, d.h. Tripel von Primzeichen-Paaren, gebildet sind. Für eine triadische Semiotik erscheint dies damit als defizitär. Die Paarbildung wird aber durch die Monokontexturalität erzwungen, denn Tripel von Tripeln von Primzeichen würden eben eine ternäre anstatt einer binären Logik erfordern.

Wie wir ferner bereits gesehen haben, korrespondiert der anwachsende Strukturreichtum der polykontexturalen Semiotik mit demjenigen der quantitativen Semiotik. Und zwar gilt: So, wie die Mengen der Thematisationstypen der n-adisch-binären Semiotiken Teilmengen der Mengen der Thematisationstypen der n+1-adisch-binären Semiotiken sind, so bilden die Mengen der Thematisationstypen der n-adisch n-ären Semiotiken Teilmengen der Mengen der Thematisationstypen der n+1-adisch n+1-ären Semiotiken, usw. Die triadisch-binäre quantitative Semiotik stellt somit strukturell ein Fragment der n-adisch-binären Semiotiken mit $n > 3$ und morphogrammatisch sowie strukturell ein Fragment der n-adisch-n-ären polykontexturalen Semiotiken mit $n \geq 4$ dar.

Wegen ihrer eindeutigen Mehrmöglichkeit sind in einer qualitativen Zahl bzw. in einem Keno-Zeichen Kardinalität und Ordinalität vermittelt. Für Trito-Zahlen bzw. -Zeichen gilt nach Kronthaler (1986, S. 93):

Kontextur	T_1	T_2	T_3	T_4	...	T_m
Kardinalität	1	2	3	4	...	m
Kardi-Ordinal	0	00	000	0000	...	0.....m.....0
Ordi-Kardinal		01	001 010 011 012	0001 0010 0011 0012 0100 ⋮ 0122 0123		0.....01 ⋮ 01.....m–1

Die Trito-Zahlen "stellen also quasi eine Spezifizierung der ersten Zahlklasse dar, eine Auffächerung, wie sie in der [quantitativen] Mathematik erst ab der zweiten Zahlklasse, also im Unendlichen, vorliegt. Zu jeder endlichen Kardinalzahl gehört nicht mehr genau eine Ordinalzahl, sondern eine ganze

endliche Menge, allerdings nicht mehr reiner Ordinalzahlen, sondern Ordi-Kardinal- und Kardi-Ordinalzahlen. Jede endliche 'Kardinalität' wird also in endlich viele – von dieser Kardinalität abhängige Anzahl – 'Ordinalzahlen' aufgefächert. Die 1. Zahlklasse bekommt also sozusagen mehr Feinstruktur" (Kronthaler 1986, S. 93). Werden nun die Kontexturen T_m mit ihrer 'Kardinalität' m identifiziert: $T_m \rightarrow m$, so wird diese Feinstrukturierung wieder aufgehoben. $\mathbb{N}$ ergibt sich also aus der Trito-Struktur durch Faserung; dieser Prozeß wird Monokontexturalisierung genannt. Genauso wie nun die qualitative Mathematik durch Monokontexturalisierung in die quantitative Mathematik zurückgeführt werden kann, kann auch eine polykontexturale Semiotik der Kontextur T_m ($m \geq 4$) nach ihrer Kardinalität m gefasert und in die quantitative Peirce-Bense-Semiotik zurückgeführt werden. Wird also die polykontexturale Semiotik monokontexturalisiert, so fallen in der obigen Tabelle alle Feinstrukturierungen unterhalb der schwarz ausgezogenen Linie fort. Dadurch wird klar, daß es sich bei der strukturellen Semiotik nicht um eine Verwerfung, sondern um eine Relativierung der Peirce-Bense-Semiotik handelt, ebenso wie die qualitative Mathematik keine Verwerfung, sondern eine Relativierung der Peano-Mathematik darstellt.

3. Umgekehrt stellt aber auch die quaternär-tetradische Semiotik ein morphogrammatisches Fragment höherer polykontexturaler Semiotiken dar. Dies zeigen am besten die Lücken in den Dezimaläquivalenten der Trito-Zeichen:

T_3 0 1 – 3 4 5

T_4 0 1 – – 4 5 6 [Lücke bis 15] 16 17 18 – 20 21 22 – 24 25 26 27

T_5 0 1 – – – 5 6 7 [Lücke bis 24] 25 26 27

– – 30 31 32 – – 35 36 37 38 [Lücke bis 124] 125 126 127 – – 130

131 132 [Lücke bis 139] 140 141 142 143 [Lücke bis 149] 150 151

152 – – 155 156 157 – – 160 161 162 163 [Lücke bis 174] 175 176 177 178 – 180 181 182 183 – 185 186 187

188 – 190 191 192 193 194

Aus dieser Liste geht hervor, daß offenbar zu höheren Kontexturen fortgeschritten werden muß, sollen weitere Dezimalzahlen auf Trito-Zeichen abgebildet werden. Als Beispiel seien die ersten Trito-Zeichen von T_6, T_7 und T_{10} und ihre Dezimaläquivalente gegeben:

T_6		T_7		T_{10}	
000000	0	0000000	0	0000000000	0
000001	1	0000001	1	0000000001	1
000010	6	0000010	7	0000000010	10
000011	7	0000011	8	0000000011	11
000012	8	0000012	9	0000000012	12
000100	36	0000100	49	0000000100	100
000101	37	0000101	50	0000000101	101
000102	38	0000102	51	0000000102	102
000110	42	0000110	56	0000000110	110
000111	43	0000111	57	0000000111	111
000112	44	0000112	58	0000000112	112
000120	48	0000120	63	0000000120	120
000121	49	0000121	64	0000000121	121
000122	50	0000122	65	0000000122	122
000123	51	0000123	66	0000000123	123
001000	216	0001000	343	0000001000	1000

Die ersten Dezimalzahlen als Trito-Zahlen in T_3, T_4, T_5, T_6, T_7 und T_{10} sind somit:

T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_{10}
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–

4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10

Die Dezimalzahl 2 ist somit in keiner dieser Kontexturen darstellbar! In T_3 müßte es 002 sein, da dies aber trito-äquivalent ist mit 001 (1), ist dies unmöglich. Entsprechend können in T_4 2 und 3 nicht abgebildet werden, da 0002 und 0003 trito-äquivalent zu 0001 (1) sind, ..., in T_{10} sind 0000000002, 0000000003, ..., 0000000009 trito-äquivalent zu 0000000001 (1), usw.

Wir wollen wir uns nun fragen, welches m für T_m wir benötigen, um die Dezimalzahlen, die den 22 hebräischen Othioth korrespondieren, auf Trito-Zeichen abzubilden. Die Zahlwerte der Othioth sind, nach den drei Gruppen der Einer, Zehner und Hunderter gegliedert:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400					

In T_1–T_{10} nicht darstellbar sind (fett markiert):

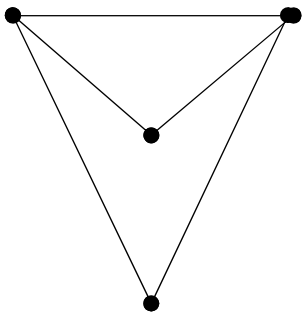
1	**2**	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	**40**	50	**60**	**70**	80	90
100	**200**	300	**400**					

Wir können nun höhere T_m mit $m \geq 11$ wählen und stellen erstens fest, daß die Dezimalzahl 2 undarstellbar bleibt, egal, wie hoch man m wachsen läßt. Zweitens bemerken wir, daß wir zur Darstellung der auch in T_{10} nicht darstellbaren Dezimalzahlen 40, 60, 70, 200 und 400 T_{40}, T_{60}, T_{70}, T_{200} und T_{400} benötigen. In anderen Worten: Möchte man nur schon die hebräischen Zahl-Zeichen auf Kenogramme abbilden und sie in der polykontexturalen Semiotik als die quanti-qualitativen Zeichen behandeln, die sie ja darstellen, so benötigt man mindestens eine 400wertige Logik! Ferner ist zu bemerken, daß diese 400wertige Logik wegen $KZR^i \not\subset KZR^j \not\subset KZR^k$ mit $i < j < k$ ($i, j, k \in$

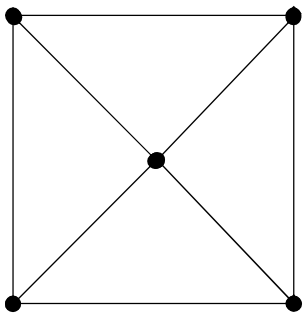
ℕ) allein nicht ausreicht, so daß wir also zur Abbildung der Othioth auf Trito-Zeichen (ohne die 2) die Kontexturen T_3–T_{10}, T_{40}, T_{60}, T_{70}, T_{200} und T_{400} benötigen. Wegen der Mehrdeutigkeit der Abbildung von Trito-Zeichen auf Dezimaläquivalente müssen wir außerdem damit rechnen, daß ein und dieselbe Dezimalzahl durch mehrere Trito-Zeichen, d.h. durch Trito-Zeichen in verschiedenen Kontexturen darstellbar ist, die jeweils miteinander durch Intra- und Trans-Operatoren verbunden werden können bzw. müssen. Eine 400wertige Logik übertrifft jedoch bei weitem die von Günther für eine Theorie des objektiven Geistes angesetzte 91wertige Logik (1976-80, III, S. 155).

4. Nachdem es bisher keine Zeichenmodelle für Kenozeichen gibt, welche die fundamentale Eigenschaft der morphogrammatischen Fragmentarität zum Ausdruck bringen, seien folgende Graphen für K=3 bis K = 6 vorgeschlagen.

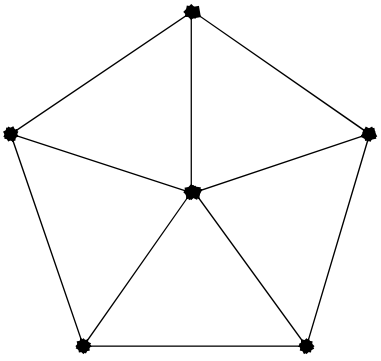
3.1. $K=3 \subset_{mor} K=4$



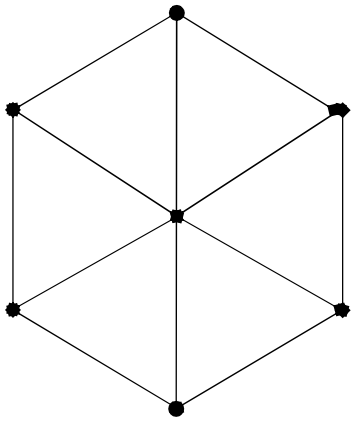
3.2. $K=4 \subset_{mor} K=5$



$K=5 \subset_{mor} K=6$



$K=6 \subset_{mor} K=7$



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980.

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

19.3.2021